UNO) Se reciben unos tablones de madera de 80cm de ancho por 200cm de largo. En uno de sus bordes largos presenta imperfecciones a la Poisson con intensidad ■=0.002 imp/cm. Cada imperfección consiste en una grieta que penetra en la madera transversalmente una profundidad no visible X˜N(1;0.3)cm. Para un mejor terminado de los tablones se decide rebanar longitudinalmente cada tablón con imperfecciones unos 1.5cm. Luego de este proceso, calcular el % de tablones con imperfecciones?

DOS) Se fabrican artículos cada uno de peso N(10;2)gr. Se arman cajas “Premium” de 100 artículos, y cajas “Berretas” de 100 artículos así: se pone cada par de artículos en una balanza de platillos, entonces el más pesado se manda a la caja “Premium”, y el otro a la “Berreta”. Y así sucesivamente hasta completar el par de cajas. Se pide calcular la probabilidad que una caja “Premium” pese menos de 1100 gr?

TRES) En un parcial de PyE se presentan 30 alumnos “tipoA”, cada uno con conocimientos N(80;20), y 20 alumnos “tipoB”, cada uno con conocimientos N(60;30). La dificultad del tema ese día es 70. Un alumno aprueba si sus conocimientos superan la dificultad del tema. Se pide calcular la probabilidad que aprueben por lo menos la mitad(o sea por lo menos 25)? (usar mejor variables indicadoras; o, más complicado, binomial).

CUATRO) Cierto producto se vende en cajas de dos botellas. El contenido de cada una es N(100;30) cm^3. Si en total la caja tiene menos de 160cm^3, se pide calcular la probabilidad que tenga alguna botella con más de 100cm^3 ?

0.1 Solución

- UNO)

$P(B) = P(F=0)1 + P(F=1)P[X_1 < 1.5] + P(F=2)P[(X_1 < 1.5)(X_2 < 1.5)]$
$+P(F=3)P[(X_1 < 1.5)(X_2 < 1.5)(X_3 < 1.5)] + \cdots\cdots$
$= e^{-0.4}\frac{0.4^0}{0!} + e^{-0.4}\frac{0.4^1}{1!}F_z(\frac{1.5-1}{0.3}) + e^{-0.4}\frac{0.4^2}{2!}\left[F_z(\frac{1.5-1}{0.3})\right]^2 + e^{-0.4}\frac{0.4^3}{3!}\left[F_z(\frac{1.5-1}{0.3})\right]^3 +$
$\cdots$

- DOS)

$W_T = W_1 + W_2 + \cdot\cdot + W_{100}\ \tilde{}N(100\mu; \sqrt{100}\sigma)$
luego $P(W_T < 1100) = F_z(\frac{1100 - M_{rulo}}{\sigma_{rulo}})$
además $W = \begin{cases} X & \text{si } X > Y \\ Y & \text{si } X < Y \end{cases}$
con $\mu = E(W) = E(\begin{cases} X & \text{si } X > Y \\ Y & \text{si } X < Y \end{cases})$

$$= \int_{x=0}^{x=\infty}\int_{y=0}^{y=x} x f(x) f(y)\, dy dx + \int_{x=0}^{x=\infty}\int_{y=x}^{y=\infty} y f(x) f(y)\, dy dx$$

y $\sigma^2 = E(W^2) - \mu^2$

$$= \int_{x=0}^{x=\infty}\int_{y=0}^{y=x} x^2 f(x) f(y)\, dy dx + \int_{x=0}^{x=\infty}\int_{y=x}^{y=\infty} y^2 f(x) f(y)\, dy dx - \mu^2$$

- TRES)

Con indicadoras:

$$A = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad C_a < 70 \\ 1 & \text{si} \quad C_a \geq 70 \end{cases} \quad \text{con} \quad \begin{array}{l} \mu_a = 0F_z(\frac{70-80}{20}) + 1(1 - F_z(\frac{70-80}{20})) \\ \sigma_a^2 = 0^2 F_z(\frac{70-80}{20}) + 1^2(1 - F_z(\frac{70-80}{20})) - \mu_a^2 \end{array}$$

$$B = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad C_b < 70 \\ 1 & \text{si} \quad C_b \geq 70 \end{cases} \quad \text{con} \quad \begin{array}{l} \mu_b = 0F_z(\frac{70-60}{30}) + 1(1 - F_z(\frac{70-60}{30})) \\ \sigma_b^2 = 0^2 F_z(\frac{70-60}{30}) + 1^2(1 - F_z(\frac{70-60}{30})) - \mu_b^2 \end{array}$$

$H_T = A_1 + \cdot\cdot + A_{30} + B_1 + \cdot\cdot + B_{20}$ que es $N(30\mu_a + 20\mu_b; \sqrt{30\sigma_a^2 + 20\sigma_b^2})$

luego $P(H_T \geq 25) = 1 - F_z(\frac{24 - M_{rulo}}{\sigma_{rulo}})$

Con binomial:

$p_a = P(A \text{ apruebe}) = P(C_a \geq 70) = 1 - F_z(\frac{70-80}{20})$

$p_b = P(B \text{ apruebe}) = P(C_b \geq 70) = 1 - F_z(\frac{70-60}{30})$

Luego $A_T\tilde{\ }B_i(30; p_a)$ y $B_T\tilde{\ }B_i(20; p_b)$

Finalmente

$P(A_T + B_T \geq 25) = P(A_T = 5)(B_T = 20) + P(A_T = 6)(B_T \geq 19)$

$+P(A_T = 7)(B_T \geq 18) + \cdots\cdots + P(A_T \geq 25)$

- CUATRO)

$P\left[(X > 100 \cup Y > 100)/(X + Y < 160)\right] = \frac{P[(X>100)(X+Y<160)]+P[(Y>100)(X+Y<160)]}{P(X+Y<160)}$

donde $P(X + Y < 160) = F_z(\frac{160-200}{\sqrt{30^2+30^2}})$

y el numerador $\displaystyle\int_{x=0}^{x=60} \int_{y=100}^{y=160-x} f(x)f(y)dydx + \int_{x=100}^{x=160} \int_{y=0}^{y=160-x} f(x)f(y)dydx$