

DIFICULTAD: 1a:F 1b: $\frac{1}{2}$ F 2:F 3a:R 3b:F 4a: $\frac{1}{2}$ F 4b:R

UNO) En cierto tipo de cubiertas para camiones las pinchaduras ocurren a la Poisson a razón de 1 cada 10000Km. Cuando ocurre una pinchadura se la repara, sin embargo a partir de ese instante las pinchaduras ocurren con intensidad 1 cada 5000Km. Por motivos de seguridad cuando ocurre la próxima pinchadura(la segunda) se descarta la cubierta y se pone una nueva. Se pide: (a) Calcular la probabilidad de que una cubierta sea descartada después de 20000Km? (b) Si se equipó un camión con 14 cubiertas nuevas, se pide calcular la probabilidad de que pueda recorrer 2000Km sin descartar ninguna?

DOS) Un fabricante entrega un lote de artículos, cada uno de peso $N(100;30)$ gr. Antes de aceptar el lote el comprador utiliza el siguiente plan de muestreo: elige 10 artículos al azar, y rechaza la partida si encuentra alguno que pesa menos de 40gr. Alguien le sugiere que para evitar tantas pesadas sería mejor elegir 5 artículos al azar, ponerlos todos juntos en una balanza, y rechazar si el peso promedio es menor que cierto valor a. Se pide averiguar el valor de a, de manera que la probabilidad de rechazar sea la misma que con el primer plan de muestreo(hacer las cuentas y obtener el valor numérico de a).

TRES) Se tienen 1400 plantas de manzanas. Normalmente de cada planta se obtiene una cantidad de manzanas, todas vendibles que es $Po(\blacksquare=50)$. Sin embargo esta temporada una plaga afectó al 30% de las plantas. En las plantas con plaga muchas manzanas tienen bichos, y solo se puede vender una cantidad de manzanas que es $Po(\blacksquare=20)$. Se pide: (a) calcular la probabilidad de que el total de manzanas vendibles sea menor a 57000? (b) Si se resuelve destinar las plantas con plaga íntegramente a los chanchos, calcular la probabilidad de que los chanchos dispongan de más de 450 plantas?

CUATRO) Una máquina funciona un tiempo $F \sim N(250;60)$ hs. Cuando se descompone, la reparación insume un tiempo $R \sim N(30;10)$ hs. (independiente del anterior). Se define rendimiento de la máquina en un ciclo funcionamiento-reparación a $K=F/(F+R)$. Se pide calcular: (a) el rendimiento medio (b) la probabilidad que el rendimiento sea mayor que 0.93?

0.0.1

SOLUCION

• UNO)

$X \sim G(1; 0.0001)$ $Y \sim G(1; 0.0002)$

$$(a) P(X + Y > 20000) = 1 - \int_{x=0}^{x=20000} \int_{y=0}^{y=20000-x} f(x)f(y)dydx$$

$$(b) p_{ex} = P(X + Y > 2000) = 1 - \int_{x=0}^{x=2000} \int_{y=0}^{y=2000-x} f(x)f(y)dydx$$

$$\text{luego } P(14 \text{ éxitos}) = \binom{14}{14} p_{ex}^{14} (1 - p_{ex})^0 = p_{ex}^{14}$$

• **DOS)**

$$P(\text{Rech}) = P(\text{Alg uno} < 40) = 1 - P(\text{Todos} > 40) = 1 - P^{10}(X > 40) \\ = 1 - F_z^{10}\left(\frac{40-100}{30}\right) = 1 - 0.9772^{10} = 0.2059$$

$$P(\text{Rech}) = P(\bar{X} < a) = F_z\left(\frac{a-100}{30/\sqrt{5}}\right) \quad \text{pues } \bar{X} \sim N(100; 30/\sqrt{5})$$

Finalmente igualando

$$F_z\left(\frac{a-100}{30/\sqrt{5}}\right) = 0.2059 \quad \text{y sale } a = 89\text{gr.}$$

• **TRES)**

(a)

$$N_T = N_1 + N_2 + \dots + N_{1400} \sim N(1400\mu; \sqrt{1400}\sigma)$$

pero N_i es mezcla con 0.7 de una $Po(50)$, y 0.3 de una $Po(20)$ luego

$$\mu = 0.7 * 50 + 0.3 * 20 = 41$$

$$\sigma^2 = 0.7(50^2 + 50) + 0.3(20^2 + 20) - 41^2 = 230 \quad \text{o sea } \sigma = 15.16$$

$$\text{luego } N_T \sim N(1400 * 41; \sqrt{1400} * 15.16) = N(57400; 567.45)$$

$$\text{Finalmente } P(N_T < 57000) = F_z\left(\frac{57000-57400}{567.45}\right) = 0.24$$

(b)

$$Ch \sim B_i(1400; 0.3)$$

$$P(Ch > 450) = 1 - P(Ch \leq 450) = 1 - F_{B_i}(450/1400; 0.3) = 0.0383$$

• **CUATRO)**

$$(a) \mu_K = E(K) = E\left(\frac{F}{F+R}\right) = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{f}{f+r} f(f) f(r) df dr$$

$$(b) P(K > 0.93) = P\left(\frac{F}{F+R} > 0.93\right) = P(F > 0.93F + 0.93R) \\ = P(0.07F - 0.93R > 0) = P(H > 0)$$

$$\text{donde } H \sim N(0.07 * 250 - 0.93 * 30; \sqrt{0.07^2 60^2 + 0.93^2 10^2})$$

$$\text{o sea } H \sim N(-10.4; 10.2)$$

$$\text{Finalmente } P(H > 0) = 1 - F_z\left(\frac{0-(-10.4)}{10.2}\right) = 1 - 0.846 = 0.154$$