1) Un escrito tiene 200 palabras. La probabilidad de que una palabra esté mal escrita es del 3%. Además la probabilidad que una palabra mal escrita sea detectada como error es del 90%. Y en este caso el tiempo para corregirla es N(4;1)seg. Se pide (a) Calcular la probabilidad de que se detecten 5 errores? (b) Calcular la probabilidad de que el tiempo total para corregir todos los errores detectados sea menor a 30 segundos? (c) Hallar la función de densidad de la cantidad de errores no detectados?

2) La capacidad de litros de vino que envía el pico de llenado de una máquina para llenar botellas de 0,7 litros, es una U [0,6 ; 0,75] litros. Si la cantidad de líquido enviado supera la capacidad de las botellas, se rebalsa y se pierde.

(a) ¿Cuál es la prob. que al llenar 500 botellas se rebalsen mas de 4 litros?

(b) ¿Cuántas botellas hay que llenar para tener una seguridad del 52% que el rebalse no supere los 5 litros?

(c) Suponga ahora que el llenado de cada botella se hace en 10 etapas y en cada etapa, el volumen de líquido enviado es una v.a. uniforme [0,06 ; 0,075] litros. La botella tiene un volumen que es una v.a. normal (0,7 ; 0,25) litros. ¿Cuál es la probabilidad de que una botella se llene hasta la mitad de su volumen?

3) La cotización diaria del dólar es fluctuante día a día según D~N(3;0.5)$. Se disponen de $30000 para comprar dólares. Una alternativa es cambiar los $30000 el primer día. (a) Calcular la probabilidad de comprar más de 9230 dólares? Otra alternativa es proponerse cambiar $300 al cambio del día, durante 100 días (b) Calcular la probabilidad de comprar más de 9230 dólares?

4) Sean cilindros cuyo radio y altura tienen la densidad: f(R;H) = k R H para $0 \leq R \leq 5$, y $0 \leq H \leq 10$. (a) son independientes R y H ?. Si se venden los que tienen $H < R$, se pide: (b) el % de cilindros de volumen < 200 cm^3 en los que se venden ? (c) volumen medio de los que se venden?

0.1 Problema 1

$p_{ex} = P(error \cap \det ecte) = P(error)P(\det ecte\ /\ error) = 0.03 * 0.9 = 0.027$

$D \sim B_i(200; 0.027) \qquad T \sim N(4; 1)seg$

(a) $P(D = 5) = p_{B_i}(5/200; 0.027)$

(b) Mezcla....ya que $T_T = T_1 + T_2 + \cdot\cdot + T_D$ o sea

$$\begin{array}{ll}
0 & \text{con } P(D=0) \\
T_1 & \text{con } P(D=1) \\
T_1 + T_2 & \text{con } P(D=2) \\
\cdots & \cdots \\
T_1 + T_2 + \cdot\cdot + T_{200} & \text{con } P(D=200)
\end{array}$$

$$P(T_T < 30) = P(D=0)P(0 < 30) + P(D=1)P(T_1 < 30) +$$
$$+ P(D=2)P(T_1 + T_2 < 30) + \cdot\cdot\cdot\cdot + P(D=200)P(T_1 + T_2 + \cdot\cdot + T_{200} < 30)$$

Ejemplo: $P(D=2)P(T_1 + T_2 < 30) = p_{B_i}(2/200; 0.027)F_z(\frac{30-2*4}{\sqrt{2}*1})$

(c) Ahora $p_{ex} = P(error \cap \overline{\det ecte}) = P(error)P(\overline{\det ecte}\ /\ error) = 0.03 * 0.1 = 0.003$

y si llamamos N : "cantidad de errores no detectados", resulta $N \sim B_i(200; 0.003)$

0.2 Problema 2

$X \sim U(0.6; 0.75)$

(a) $R_T = R_1 + R_2 + \cdot\cdot + R_{500} \overset{tcl}{\simeq} N(500\mu; \sqrt{500}\sigma)$ donde $R = \begin{cases} 0 & \text{si } X < 0.7 \\ X - 0.7 & \text{si } X \geq 0.7 \end{cases}$

con

$$\mu = \int_{0.6}^{0.7} 0 \frac{1}{0.15} dx + \int_{0.7}^{0.75} (x - 0.7) \frac{1}{0.15} dx$$
$$\sigma^2 = \int_{0.6}^{0.7} 0^2 \frac{1}{0.15} dx + \int_{0.7}^{0.75} (x - 0.7)^2 \frac{1}{0.15} dx - \mu^2$$

luego: $P(R_T > 4) = 1 - F_z(\frac{4-500\mu}{\sqrt{500}\sigma})$

(b) $P(R_1 + R_2 + \cdot\cdot + R_n < 5) = 0.52 \Longrightarrow F_z(\frac{5-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}) = 0.52 \Longrightarrow \frac{5-n\mu}{\sqrt{n}\sigma} = 0.05$

(c) $Y_i \sim U(0.06; 0.075)$ $\quad V \sim N(0.7; 0.25)$

$Y_T = Y_1 + Y_2 + \cdot\cdot + Y_{10} \overset{tcl}{\simeq} N(10\mu; \sqrt{10}\sigma)$ con $\mu = \frac{0.06+0.075}{2}$ y $\sigma = \frac{0.075-0.06}{\sqrt{12}}$

Si se interpreta "que se llene hasta la mitad de su volúmen", como: "se llene por lo menos a la mitad de su volúmen", la solución sería:

$P(Y_T \geq 0.5V) = P(Y_T - 0.5V \geq 0) = 1 - F_z(\frac{0-(10\mu-0.5*0.35)}{\sqrt{10\sigma^2+0.5^2 0.25^2}})$

Sin embargo si se interpreta rigurosamente "que se llene **justo** hasta la mitad de su volúmen", la solución sería simplemente:

$P(Y_T = 0.5V) = 0$

0.3 Problema 3

$D \sim N(3; 0.5)\$/u\$s$

(a) $P(\frac{30000}{D} > 9230) = P(D < \frac{30000}{9230}) = P(D < 3.25) = F_z(\frac{3.25-3}{0.5}) = F_z(0.5) = 0.6915$

(b) $C_T = C_1 + C_2 + \cdot\cdot + C_{100} \overset{tcl}{\simeq} N(100\mu; \sqrt{100}\sigma)$ donde $C = \frac{300}{D}$ con

$$\mu = \int_1^{\infty} \frac{300}{d} \frac{1}{\sqrt{2\pi}0.5} e^{\frac{-(d-3)^2}{2*0.5^2}} dd$$
$$\sigma^2 = \int_1^{\infty} \left(\frac{300}{d}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}0.5} e^{\frac{-(d-3)^2}{2*0.5^2}} dd - \mu^2$$

y luego $P(C_T > 9230) = 1 - F_z(\frac{9230-100\mu}{\sqrt{100}\sigma})$

0.4 Problema 4

Primero $\int_{h=0}^{h=10} \int_{r=0}^{r=5} krh\ dr\ dh = 1$ y de aquí sale $k = \frac{1}{5^4}$

(a) $f_H(h) = \int_{r=0}^{r=5} krh\ dr = \frac{h}{2*5^2}$ para $0 \leq h \leq 10$

$f_R(r) = \int_{h=0}^{h=10} krh\ dh = \frac{2r}{5^2}$ para $0 \leq r \leq 5$

Como $f_H(h) * f_R(r) = \frac{h}{2*5^2} \frac{2r}{5^2} = \frac{hr}{5^4} = f_{HR}(h, r) \Longrightarrow$ son independientes

(b) $P(\pi R^2 H < 200\ /\ H < R) = P\left[(\pi R^2 H < 200)(H < R)\right]\ /\ P(H < R)$ y haciendo un buen gráfico resulta:

$P(H < R) = \int_{r=0}^{r=5} \int_{h=0}^{h=r} krh\ dh\ dr$

$P\left[(\pi R^2 H < 200)(H < R)\right] = \int_{r=0}^{r=4} \int_{h=0}^{h=r} krh \; dh \; dr + \int_{r=4}^{r=5} \int_{h=0}^{h=\frac{200}{\pi r^2}} krh \; dh \; dr$

O también directamente usando la truncada

$P(\pi R^2 H < 200 \; / \; H < R) = \int_{r=0}^{r=4} \int_{h=0}^{h=r} \frac{krh}{p(\pi)} \; dh \; dr + \int_{r=4}^{r=5} \int_{h=0}^{h=\frac{200}{\pi r^2}} \frac{krh}{p(\pi)} \; dh \; dr$

(c) $\pi : H < R$ y $p(\pi)$ ya fué calculada. Luego $f_{HR}^{T}(h, r) = \frac{krh}{p(\pi)}$ luego

$\mu_V = E(\pi R^2 H) = \int_{r=0}^{r=5} \int_{h=0}^{h=r} \pi r^2 h \frac{krh}{p(\pi)} \; dh \; dr$