1) En una empresa se establece un sistema de incentivos para mejorar la puntualidad del personal. El horario de llegada es a las 8hs. Cada vez que un empleado llega a horario(o antes de las 8hs), se le asignan 2 puntos. Si llega tarde se le asignan tantos puntos en contra como minutos que llegó tarde (pueden tener decimales). Si un empleado llega según una N(475;5) min., se pide calcular la probabilidad de que en el mes (25 días hábiles), tenga puntos a favor?

2) Se desea azulejar una pared de 2.4m por 3m. Cada azulejo es cuadrado de 20cm de lado, y puede presentar dos tipos de fallas: de estructura y de coloración. El primer tipo de falla se presenta con una intensidad de 1 falla cada 2m^2, mientras que el 2% de los azulejos se consideran defectuosos por fallas de coloración. ¿Cuál es la probabilidad de que una vez azulejada la pared se encuentren por lo menos 5 azulejos con exactamente un solo tipo de falla?

3) Una máquina produce piezas cuyo peso es gamma de media 50gr y desvío 25gr. Pero las piezas de más de 70gr se las cortan en dos de exactamente igual peso, y se devuelven al lote. Si un cliente compra 100 piezas, calcular la probabilidad que el peso total de las mismas supere los 4000 gr?

4) Sean cilindros de $H \sim N(15; 2)$ y $R \sim N(3; 0.5)$ independientes. ¿Calcular media y desvío de la superficie total del los recipientes de volúmen superior a 600 ?

1 Solución

1. $P = \begin{cases} 2 & \text{sí } T \leq 480 \\ -(T-480) & \text{sí } T > 480 \end{cases}$ y luego:

$$\mu = \int_0^{480} 2 f_\gamma(t)dt - \int_{480}^{\infty} (t-480) f_\gamma(t)dt$$

$$\sigma^2 = \int_0^{480} 2^2 f_\gamma(t)dt + \int_{480}^{\infty} (t-480)^2 f_\gamma(t)dt - \mu^2$$

Además $P_T = P_1 + \cdots + P_{25}$ con $P_T \approx N(25\mu; \sqrt{25}\sigma)$ y en definitiva

$$P(P_T > 0) = 1 - F_Z(\frac{0 - 25\mu}{\sqrt{25}\sigma})$$

2. Son 180 azulejos. Además $p_{ex} = P(1\ \textit{solo tipo}) = P(E\overline{C} \cup \overline{E}C)$

$$p_{ex} = P(E)P(\overline{C}) + P(\overline{E})P(C)$$

con

$$P(C) = 0.02, y P(E) = 1 - P(0 fallas) = 1 - e^{-0.02}\frac{0.02^0}{0!}$$

y finalmente

$$P(5\ \textit{o más éxitos}) = 1 - F_{B_i}(4/180; p_{ex})$$

3. Como $\mu = \frac{\alpha}{\beta} = 50$, y $\sigma = \frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} = 25$, resulta $W \sim G(4; 0.08)$, se definen:

   (a) W_a la v.a. truncada inferior de W, debajo de 70, y se calcula μ_a y σ_a

   (b) W_b la v.a. truncada superior de W, arriba de 70, y se calcula μ_b y σ_b

   luego, la variable de interés, llamémosla **H**, es la mezcla de:

$$W_a \quad \text{con} \quad p_a, \qquad \text{y} \qquad \text{de} \quad \frac{W_b}{2} \text{con} \quad p_b$$

y usando las medias y desvíos de las truncadas, se calcula la media y desvío de la mezcla, así

$$\mu = \; p_a \mu_a + p_b \frac{\mu_b}{2}$$

$$\sigma^2 = p_a(\mu_a^2 + \sigma_a^2) + p_b(\frac{\mu_b^2}{4} + \frac{\sigma_b^2}{4}) - \mu^2$$

Nota: Observar que en la mezcla, p_a y p_b no son como podría pensarse $P(W < 70)$ y $P(W \geq 70)$, ya que las que se dividen por dos incrementan su repre-santación en el lote, luego deberá ser:

$$p_a = \frac{P(W < 70)}{P(W < 70) + 2P(W \geq 70)} \quad \text{y} \quad p_b = \frac{2P(W \geq 70)}{P(W < 70) + 2P(W \geq 70)}$$

Como se suman 100 piezas, resulta $W_T = W_1 + \cdot\cdot + W_{100} \approx N(100\mu; \sqrt{100}\sigma)$,luego

$$P(W_T > 4000) = 1 - F_z(\frac{4000 - 100\mu}{\sqrt{100}\sigma})$$

4) $f_{RH}(r,h) = f_R(r) f_H(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}0.5} e^{-\frac{(r-3)^2}{2*0.5^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}2} e^{-\frac{(h-15)^2}{2*2^2}}$

$$p(\pi) = P(V > 600) = P(\pi R^2 H > 600) = \int_{r=0}^{\infty} \int_{h=600/\pi r^2}^{\infty} f_{RH}(r,h) dh dr$$

luego $f_{RH}^T(r,h) = f_{RH}(r,h)/p(\pi)$, y como $S = 2\pi R^2 + 2\pi RH$ quedará:

$$\mu = \int_{r=0}^{\infty} \int_{h=600/\pi r^2}^{\infty} (2\pi R^2 + 2\pi RH) f_{RH}^T(r,h) dh dr$$

$$\sigma^2 = \int_{r=0}^{\infty} \int_{h=600/\pi r^2}^{\infty} (2\pi R^2 + 2\pi RH)^2 f_{RH}^T(r,h) dh dr - \mu^2$$