

1) Una fábrica recibe un cierto repuesto de dos proveedores. El proveedor A entregó 100 unidades y la probabilidad de que sus repuestos estén fuera de tolerancia es 0.02. El proveedor B entregó 50 unidades y la probabilidad de que sus repuestos estén fuera de tolerancia es 0.05. La sección que usa ese repuesto pide 10 unidades y se le entregan las 10 de un solo proveedor (elegido al azar con probabilidad 0.5). Se pide: ¿Cuál es la probabilidad de que todos sean buenos?. Y si se entregan 5 de cada proveedor ¿Cuál es la probabilidad de que todos sean buenos?

2) El control de producción de una varilla se efectúa midiendo su dimensión crítica que debe estar en el intervalo  $30 \pm 0.38$  cm, y verificando que no presenten fallas puntuales de estructura. Una varilla se considera defectuosa si presenta alguno de estos defectos. La dimensión crítica se distribuye según una  $N(30;0.2)$ cm, y las fallas de estructura se producen al azar a razón de una falla cada 20 piezas. Las varillas se envasan en cajas de 200 unidades. Una caja elegida al azar de la producción total es rechazada, si en ella se encuentran 2 o más piezas defectuosas.

(a) Calcular la probabilidad de rechazar una caja?

(b) Calcular la probabilidad de que sea necesario revisar exactamente 6 cajas para encontrar la primera que sería rechazada, si ya se han revisado 3 y todavía no se la encontró?

3) Si una lámina tiene base (X) y altura (Y) con densidad  $f(x,y) = kxy$  y para  $0 < x < 3$   $0 < y < 3$ . Se descartan las que tienen diagonal menor que 2. Hallar la densidad de la base de las láminas que se venden?

4) Se encuentran mezclados en proporciones 70% y 30% artículos de calidades A y B, que tienen pesos  $N(10;2)$  y  $N(8;1)$  respectivamente. Se empaquetan en cajas de 3 unidades. Si una caja pesa menos de 30g, se pide: ¿Cuál es la probabilidad de que contenga algún artículo de B?

## 1 Solución

1. (a)  $P(TB) = P(TB(A \cup B)) = 0.5P(TB | A) + 0.5P(TB | B)$  o sea

$$P(TB) = 0.5p_{Bi}(10 | 10; 0.98) + 0.5p_{Bi}(10 | 10; 0.95)$$

(b)  $P(TB) = P(5b \text{ de } A \cap 5b \text{ de } B) = p_{Bi}(5 | 5; 0.98)p_{Bi}(5 | 5; 0.95)$

2.  $p_d = 1 - P[(29.62 \leq X \leq 30.38) \cap (F = 0)]$

$$p_d = 1 - (F_z(\frac{30.38 - 30}{0.2}) - F_z(\frac{29.62 - 30}{0.2})) (e^{-0.05} \frac{0.05^0}{0!})$$

(como  $\beta = 1/20$ ,  $t = 1 \text{ pieza}$ , luego  $\lambda = \beta t = \frac{1}{20} = 0.05$ , y  $F \sim P_o(0.05)$ )

(a)  $P(\text{rechazar caja}) = 1 - F_{Bi}(1 | 200; p_d)$

(b)  $P(1 \text{ era def en } 6 \text{ ta} | \text{ En } 3, \text{ hay } 0 \text{ def}) = P(1 \text{ era def en } 3 \text{ ta}) = p_{Pa}(3 | 1; p_d)$

3.  $\int_{x=0}^{x=3} \int_{y=0}^{y=3} kxy \, dy \, dx = 1$  y de aquí sale  $k$ . Luego

$$P(\pi) = P(X^2 + Y^2 \geq 2^2) = 1 - \int_{x=0}^{x=2} \int_{y=0}^{y=\sqrt{4-x^2}} kxy \, dy \, dx$$

Luego  $f_{XY}^T(x; y) = kxy/P(\pi)$ , y finalmente

$$f_X^*(x) = \begin{cases} \int_{y=\sqrt{4-x^2}}^{y=3} \frac{kxy}{P(\pi)} \, dy & \text{para } 0 \leq x \leq 2 \\ \int_{y=0}^{y=3} \frac{kxy}{P(\pi)} \, dy & \text{para } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

4.

$$(a) P(\text{Alguno de } B \mid W_c \leq 30) = 1 - P(B_0 \mid W_c \leq 30)$$

$$1 - \frac{P(B_0)(W_c \leq 30)}{P(W_c \leq 30)} = 1 - \frac{P(B_0)(W_c \leq 30)}{P(W_c \leq 30)(B_0 \cup B_1 \cup B_2 \cup B_3)}$$

y por ejemplo:

$$P(B_1)(W_c \leq 30) = P(B_1)P(W_c \leq 30 \mid B_1) = p_{B_1}(1 \mid 3; 0.3)P(W_c \leq 30 \mid B_1)$$

donde:

$$\begin{aligned} P(W_c \leq 30 \mid B_1) &= P(W_{a1} + W_{a2} + W_{b1} \leq 30) \\ &= F_z\left(\frac{30 - (10 + 10 + 8)}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}}\right) \end{aligned}$$