1) Suponga que se tienen láminas rectangulares cuyas dimensiones X~N(6:2) y Y~N(2;0.3) independientes. Si se desea acumular una superficie de por lo menos 300 cm2, con probabilidad 0.95 Calcular la cantidad de láminas necesarias.

2) El consumo diario de cierto combustible en una planta industrial sigue una distribución normal. El 84% de los días el consumo es inferior a 135 litros, mientras que el 5% de los días es inferior a 95.3 litros. El combustible se almacena en un tanque con capacidad de 1300 litros, que se llena cada 10 días. Cuál es la probabilidad de que entre dos llenados sucesivos la planta se quede sin combustible?

3) Se compran dos lámparas que tienen duraciones G(1 ; 0.125) hs. Se encienden una a continuación de otra. Si en total el tiempo de iluminación fue inferior a 20 hs. Se pide hallar la densidad del tiempo de iluminación de una lámpara.

4) Una empresa constructora recibe hormigón cuya resistencia es N(200;30) Kg/cm. Si se han ensayado 50 probetas, resultando 5 con resistencias inferiores a los 140 Kg/cm? Calcular la probabilidad de que el promedio de las resistencias de las restantes probetas supere los 210 Kg/cm?

1 Solución

1) $S_T = S_1 + S_2 + \cdots + S_n \overset{tcl}{\sim} N(n\mu; \sqrt{n}\sigma)$ **donde** $S_i = X * Y$ **con**

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_x \mu_y = 6 * 2 = 12 \\ \sigma^2 &= \sigma_x^2 \sigma_y^2 + \sigma_x^2 \mu_y^2 + \sigma_y^2 \mu_x^2 \end{aligned}$$

Luego $P(S_T \geq 300) = 0.95 \implies F_z(\frac{300-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}) = 0.05$ **y sale** $n =$

2) $C_i \sim N(\mu;\sigma)$ **con**

$$\left\{ \begin{array}{l} P(C_i < 135) = 0.84 \\ P(C_i < 95.3) = 0.05 \end{array} \right. \implies \left\{ \begin{array}{l} F_z(\frac{135-\mu}{\sigma}) = 0.84 \\ F_z(\frac{95.3-\mu}{\sigma}) = 0.05 \end{array} \right. \quad \textbf{y sale } \mu \textbf{ y } \sigma$$

Luego $C_T = C_1 + \cdot\cdot + C_{10} \sim N(n\mu; \sqrt{n}\sigma)$ **y finalmente**

$$P(quede\ \text{ sin }\ combustible) = P(C_T > 1300) = 1 - F_z(\frac{1300 - n\mu}{\sqrt{n}\sigma})$$

3) $X \sim G(1; 0.125)$ **e** $Y \sim G(1; 0.125)$ **son indep. luego**

$$f_{xy} = 0.125^2 e^{-0.125(x+y)} \ para\ x \geq 0\textbf{,}\ y \geq 0$$

luego

$$P(\pi) = P(X+Y < 20) = \int_{x=0}^{x=\infty} \int_{y=0}^{y=20-x} f_{xy}\,dy\,dx = F_\gamma(20 \mid 2; 0.125)$$

y entonces

$$f_{xy}^T = f_{xy}/P(\pi)$$

y finalmente

$$f_x^* = \int_{y=0}^{y=20-x} f_{xy}^T dy \quad \textbf{para } 0 \le x \le 20$$

4) Las restantes tendrán una resistencia R^T, que es la truncada, con $\pi : R \geq 140$, de la $R \sim N(200;30)$. Donde $P(\pi) = 1 - F_z(\frac{140-200}{30})$, y también

$$\begin{aligned}
\mu^t &= \int_{140}^{\infty} r \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}30} e^{-\frac{(r-200)^2}{2*30^2}}}{P(\pi)} dr \\
(\sigma^t)^2 &= \int_{140}^{\infty} r^2 \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}30} e^{-\frac{(r-200)^2}{2*30^2}}}{P(\pi)} dr - (\mu^t)^2
\end{aligned}$$

Luego

$$P(\frac{R_1^T + R_2^T + \cdots + R_{45}^T}{45} > 210) = P(R_1^T + R_2^T + \cdots + R_{45}^T > 9450) \stackrel{tcl}{=} 1 - F_z(\frac{9450 - 45\mu^t}{\sqrt{45}\sigma^t})$$