1) Dos máquinas A y B producen rollos de papel de 20 m de longitud que presentan 0.12 y 0.09 fallas por metro resp. La máquina A produce el 65% de la producción total, y el resto proviene de B. Las producciones de ambas máquinas se mezclan. El peso de cada rollo es aleatorio con distribución N(10;1.2) gr. Un cliente decide comprar una gran partida de rollos, pero no lo hará si al elegir una muestra al azar de 10 rollos, encuentra alguno fallado o el peso de los rollos es menor que 95 gr. Calcular la probabilidad de que el cliente no compre la partida?

2) Una máquina tiene una pieza que falla a la Poissón a razón de 1 falla cada 100 horas. Cuando se produce la falla, el tiempo que insume desarmarla para cambiar la pieza, tiene una distribución N(15;5) horas. Si se define rendimiento de la máquina al cociente entre el tiempo de funcionamiento, y el tiempo total (funcionamiento + reparación), se pide calcular la probabilidad que el rendimiento de la máquina sea superior a 0.9 (suponer inependencia) ?

3) Se tienen dos carreteles de hilo (de 10 y 12 metros) que tienen fallas a la Poissón a razón de 0.03 y 0.05 fallas/metro respectivamente. Calcular la probabilidad de que el más grande tenga menos fallas?

4) En una planta industrial se fabrica cierta pieza cuya medida critica es una N(112:2.5)mm. Las piezas en que X<110 mm son reprocesadas a un costo de $3400 por pieza, en cambio las piezas con X>114 mm son reprocesadas a un costo de $1100 por pieza. Se tiene un lote de 200 piezas. Que probabilidad existe de gastar menos de $250000 en concepto de reprocesamiento?

1 Solución

1) Empezando por el final

$$\begin{aligned} P(no\ compre) &= P(A\lg_{fallado} \cup W_T < 95) \\ &= 1 - P(Todos\ buenos \cap W_T \geq 95) \\ &= 1 - \binom{10}{10} p_{bue}^{10}(1-p_{bue})^0 P(W_T \geq 95) \end{aligned}$$

pero

$$\begin{aligned} p_{bue} &= P(F=0) = 0.65P(F=0 \mid A) + 0.35P(F=0 \mid B) \\ como\ \lambda_a &= 0.12 * 20 = 2.4 \quad \textbf{y} \quad \lambda_b = 0.09 * 20 = 1.8 \\ &= 0.65e^{-2.4}\frac{2.4^0}{0!} + 0.35e^{-1.8}\frac{1.8^0}{0!} \end{aligned}$$

y además:

$$P(W_T \geq 95) = 1 - F_z(\frac{95 - 10*10}{\sqrt{10}1.2})$$

2) $F \sim G(1; 0.01)$ y $R \sim N(15; 5)$ son independientes, y se pide

$$\begin{aligned} P(\rho &> 0.9) = P(\frac{F}{F+R} > 0.9) = P(F > 0.9(F+R)) \\ &= P(0.1F > 0.9R) = P(F > 9R) \\ &= \int_{r=0}^{r=\infty} \int_{f=9r}^{f=\infty} f_{F,R}(f,r) df dr \end{aligned}$$

donde

$$f_{F,R}(f,r) = 0.01 e^{-0.01f} \frac{1}{\sqrt{2\pi}5} e^{-\frac{(r-15)^2}{2*5^2}}$$

3) Aquí $C_h \sim P_o(0.3)$ y $G \sim P_o(0.6)$ independientes, luego

$$\begin{aligned} P(G &< C_h) = P(G=0)(C_h=1) + P(G \leq 1)(C_h=2) + P(G \leq 2)(C_h=3) + \cdot\cdot \\ &= p_{P_o}(0 \mid 0.6) p_{P_o}(1 \mid 0.3) + F_{P_o}(1 \mid 0.6) p_{P_o}(2 \mid 0.3) + F_{P_o}(2 \mid 0.6) p_{P_o}(3 \mid 0.3) + \cdot\cdot \end{aligned}$$

4) Aquí $C_T = C_1 + C_2 + \cdot\cdot + C_{200} \overset{tcl}{\sim} N(200\mu; \sqrt{200}\sigma)$ donde

$$C_i = \begin{cases} 3400 \text{ si } X < 110 \\ 0 \text{ sí } 110 \leq X \leq 114 \\ 1100 \text{ sí } X > 114 \end{cases}$$

con

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_c = \int_0^{110} 3400 f_X(x) dx + \int_{114}^{\infty} 1100 f_X(x) dx \\ \sigma^2 &= \sigma_c^2 = \int_0^{110} 3400^2 f_X(x) dx + \int_{114}^{\infty} 1100^2 f_X(x) dx - \mu^2 \end{aligned}$$

(**o también**: como C_i es discreta, con bastones en 0, 1100 y 3400, de probabilidades $P(110 \leq X \leq 114)$, $P(X > 114)$ y $P(X < 110)$ respectivamente, se pueden calcular μ y σ fácilmente) y finalmente

$$P(C_T < 250000) = F_z(\frac{250000 - 200\mu}{\sqrt{200}\sigma})$$