

1) Una empresa de instalaciones industriales adquiere en un remate 570 caños de PVC de 6m de longitud. Para realizar una estimación del costo real de estos caños, se averigua que este lote podría provenir de alguno de dos fabricantes: el A, cuyo proceso de fabricación continuo se sabe que presenta 1falla/30m, o el B, que con un proceso más moderno, presenta 1falla/60m. (suponga que “a priori” la probabilidad que estos caños provengan de A es 2/3). En la primera instalación (de 300m de longitud) en que se instalaron estos caños, al realizar la prueba hidráulica se tuvieron que cambiar 3 caños. ¿Cuál es la probabilidad de que el lote provenga de A?

2) Ciertos artículos tienen un peso $N(10;2)$ gr, y se los vende a \$13/gr. Un cliente desea comprar artículos, siempre que pesen más de 14gr (de calidad “extra”). Como el vendedor tendrá que pesar sucesivamente varios artículos hasta lograr uno “extra”, el cliente acepta pagar \$2 por cada pesada de los artículos que pesan menos de 14gr. Se pide calcular μ y σ del precio total que pagará el cliente por cada artículo “extra”?

3) Se fraccionan láminas rectangulares que tienen fallas a la Poisson a razón de 2.8 fallas/m². Las láminas son de 1m * 2m. Son defectuosas las láminas que tienen alguna falla en todo un borde de 10 cm. Se pide calcular: (a) Cuánto vale la probabilidad de que una lámina sea defectuosa. (b) En las láminas falladas ¿Qué porcentaje tiene sin fallas la parte central?

4) Ciertas láminas rectangulares tienen B y H, que responden a la densidad $f(b;h) = k(b+1)h$ para $b \geq 0$ $h \geq 0$ $b + h \leq 10$. Se pide: (a) hallar k (b) hallar la densidad de la base de las láminas (c) Se venden solo las que tienen diagonal ≥ 3 ¿Qué porcentaje se vende?

1 Solucion

1) 300m equivalen a 50 caños, luego

$$P(A | C_3) = \frac{P(AC_3)}{P(C_3)} = \frac{P(A)P(C_3 | A)}{P(A)P(C_3 | A) + P(B)P(C_3 | B)}$$

donde $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, y además

$$P(C_3 | A) = P(3 \text{ caños de A fallados}) = p_{Bi}(3 | 50; p_{fa})$$

$$p_{fa} = P(1 \text{ caño de A tenga alguna falla}) = 1 - P(F_a = 0) = 1 - e^{-\lambda_a} \frac{\lambda_a^0}{0!}$$

donde

$$\lambda_a = \beta_a * 6m = \frac{1}{30m} * 6m = \frac{1}{5} = 0.2$$

(idem para $P(C_3 | B)$).

2) $C = 2(N - 1) + 13W^T$ donde $N \sim P_a(1; p_{ex})$ con

$$p_{ex} = P(W > 14) = 1 - F_z\left(\frac{14 - 10}{2}\right) = P(\pi)$$

luego

$$\mu_c = 2(\mu_N - 1) + 13E(W^T) = 2\left(\frac{1}{p_{ex}} - 1\right) + 13 \int_{14}^{\infty} w \frac{f(w)}{P(\pi)} dw$$

$$\sigma_c^2 = 2^2 \sigma_N^2 + 13^2 Var(W^T) = 2^2 \frac{1 - p_{ex}}{p_{ex}^2} + 13^2 \left[\int_{14}^{\infty} w^2 \frac{f(w)}{P(\pi)} dw - E^2(W^T) \right]$$

(o también con una apropiada mezcla).

3) (a) *area del borde* = $1 * 2 - 0.8 * 1.8 = 0.56m^2$

$$fallas \text{ en el borde} = F_b \sim P_o(\lambda_b = 2.8 * 0.56 = 1.568)$$

$$P(def) = 1 - P(F_b = 0) = 1 - e^{-1.568} \frac{1.568^0}{0!} = 0.79154$$

(b) *area del centro* = $0.8 * 1.8 = 1.44$

$$fallas \text{ en el centro} = F_c \sim P_o(\lambda_c = 2.8 * 1.44 = 4.032)$$

$$P(F_c = 0 | def) = P(F_c = 0 | F_b = 0) = P(F_c = 0) = e^{-4.032} \frac{4.032^0}{0!}$$

(ya que las fallas en el borde(F_b), y en el centro(F_c) son variables aleatorias independientes).

4) (a)

$$\int_{b=0}^{b=10} \int_{h=0}^{h=10-b} k(b+1)h \, dh \, db = 1 \quad y \quad sale \quad k = \dots$$

(b)

$$f_B(b) = \int_{h=0}^{h=10-b} k(b+1)h \, dh \quad para \quad 0 \leq b \leq 10$$

(c)

$$P(diag \geq 3) = P(b^2 + h^2 \geq 3^2) = 1 - \int_{b=0}^{b=3} \int_{h=0}^{h=\sqrt{9-b^2}} k(b+1)h \, dh \, db$$